オープンCAE勉強会＠富山 第12回　報告

～非ニュートン流体　解析解と数値解の比較～

秋山善克

粘弾性流体方程式

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2$$

粘弾性成分　粘性成分

$\mathbf{D}$:変形速度テンソル

$$\mathbf{T}_1 = \mathbf{0} \qquad \mathbf{T}_1 = \mathbf{0} \qquad \mathbf{T}_1 + \lambda \overset{\nabla}{\mathbf{T}}_1 = 2\eta_1 \mathbf{D}$$

$$\mathbf{T}_2 = 2\eta \mathbf{D} \qquad \mathbf{T}_2 = 2\eta(\dot{\gamma})\mathbf{D} \qquad \mathbf{T}_2 = 2\eta_2 \mathbf{D}$$

ニュートン流体　非ニュートン流体　粘弾性流体（上対流微分マクスウェルモデル）

上対流微分

$$\overset{\nabla}{\mathbf{T}} = \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{T} - \mathbf{D} \cdot \mathbf{T} - \mathbf{T} \cdot \mathbf{D}^T$$

OpenFOAMに組み込まれている非ニュートンモデル

Src¥transportModels¥incompressible¥viscosityModels内

5
(
BirdCarreau
CrossPowerLaw
HerschelBulkley
Newtonian
powerLaw
)

BirdCarreau

$$\eta = \eta_\infty + \left(\eta_0 - \eta_\infty\right)\left\{1.0 + \left(k\dot{\gamma}\right)^2\right\}^{\frac{n-1.0}{2.0}}$$

CrossPowerLaw

$$\eta = \frac{\left(\eta_0 - \eta_\infty\right)}{1.0 + \left(m\dot{\gamma}\right)^n} + \eta_\infty$$

PowerLaw

$$\eta = K\left(\lambda\dot{\gamma}\right)^{n-1}$$

OpenFOAMのpowerLawモデル

```
return max
   (
       nuMin_,
       min
       (
           nuMax_,
           k_*pow
           (
               max
               (
                   dimensionedScalar("one", dimTime, 1.0)*strainRate(),
                   dimensionedScalar("VSMALL", dimless, VSMALL)
               ),
               n_.value() - scalar(1.0)
           )
       )
   );
```

※OpenFOAM組込のpowerLawモデルは初期値がなくとも値が入るようになっている

非ニュートンモデル

自作powerLaw $\eta = K(\lambda\dot{\gamma})^{n-1}$ → λ=1 $\eta = K(\dot{\gamma})^{n-1}$

k k [0 2 -1 0 0 0 0] 10000;
n n [0 0 0 0 0 0 0] 0.4;

powerLaw

k k [0 2 -1 0 0 0 0] 10000;
n n [0 0 0 0 0 0 0] 0.4;
nuMin nuMin [0 2 -1 0 0 0 0] 1e-08;
nuMax nuMax [0 2 -1 0 0 0 0] 1e8;

BirdCarreau

$$\eta = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty)\left\{1.0 + (k\dot{\gamma})^2\right\}^{\frac{n-1.0}{2.0}}$$

nu0 nu0 [0 2 -1 0 0 0 0] 10000;
nuInf nuInf [0 2 -1 0 0 0 0] 1e-06;
k k [0 0 1 0 0 0 0] 1;
n n [0 0 0 0 0 0 0] 0.4;

自作powerLawモデル

$\eta = K\left(\lambda\dot{\gamma}\right)^{n-1}$ → λ=1 $\eta = K\left(\dot{\gamma}\right)^{n-1}$

```
return k_*pow(dimensionedScalar("one", dimTime, 1.0)*strainRate()
,n_.value() - scalar(1.0));
```

※自作powerLawモデルは初期流れ場がないと計算できない

非ニュートンモデル比較

自作powerLaw

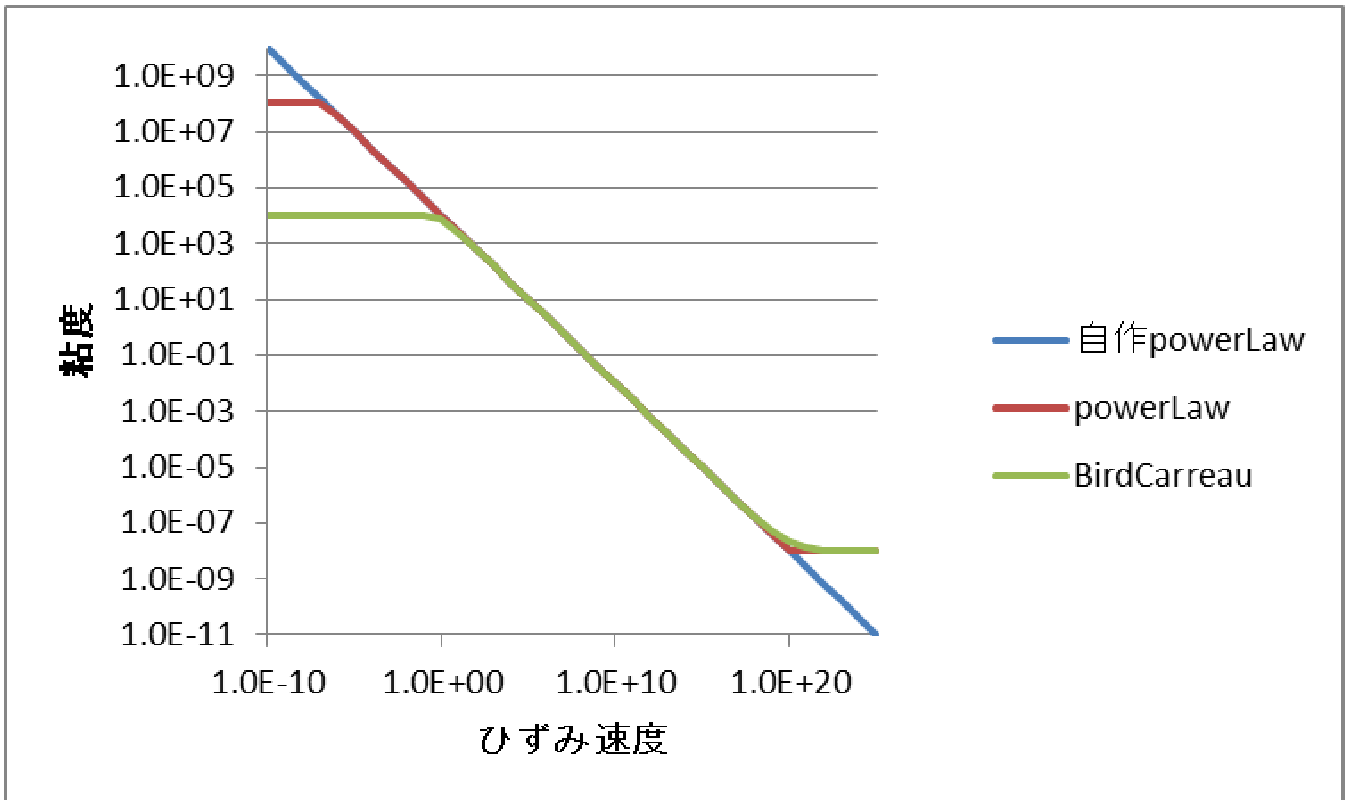
k	k [0 2 -1 0 0 0 0] 10000;
n	n [0 0 0 0 0 0 0] 0.4;

powerLaw

k	k [0 2 -1 0 0 0 0] 10000;
n	n [0 0 0 0 0 0 0] 0.4;
nuMin	nuMin [0 2 -1 0 0 0 0] 1e-08;
nuMax	nuMax [0 2 -1 0 0 0 0] 1e8;

BirdCarreau

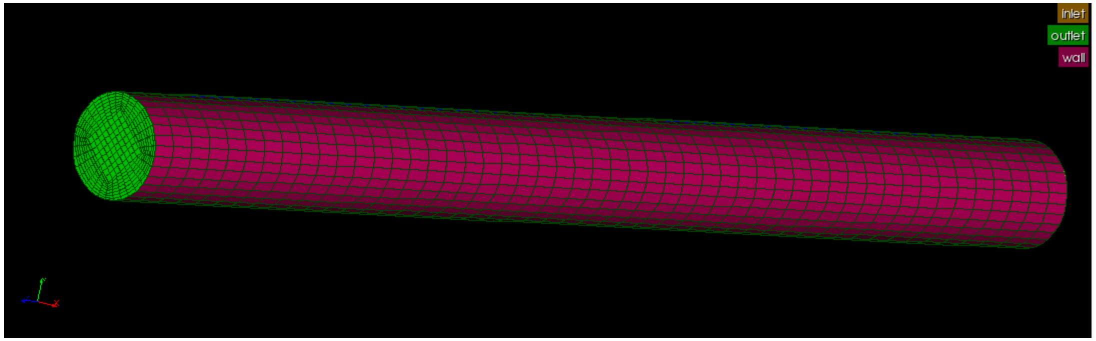
nu0	nu0 [0 2 -1 0 0 0 0] 10000;
nuInf	nuInf [0 2 -1 0 0 0 0] 1e-06;
k	k [0 0 1 0 0 0 0] 1;
n	n [0 0 0 0 0 0 0] 0.4;

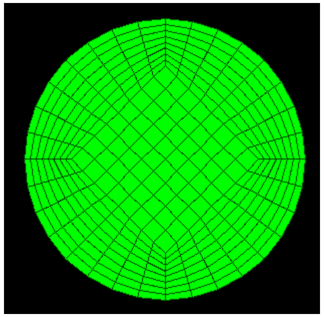


解析モデル

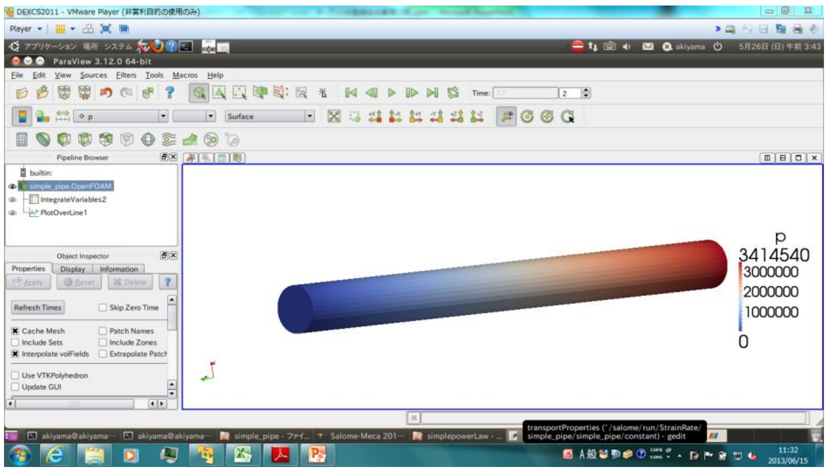
半径R：0.002mm
長さL：0.05mm

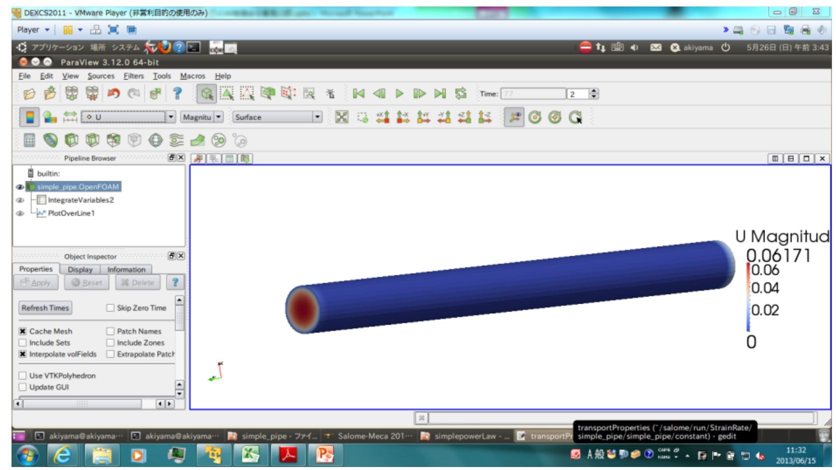
流入速度v=0.04m/s

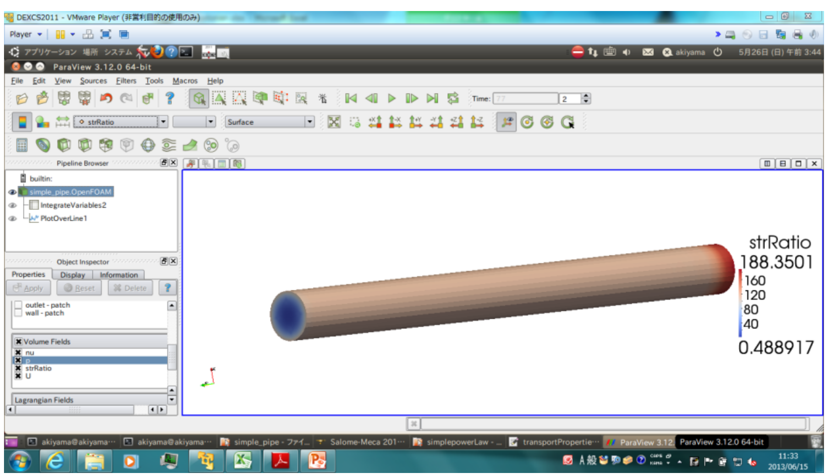


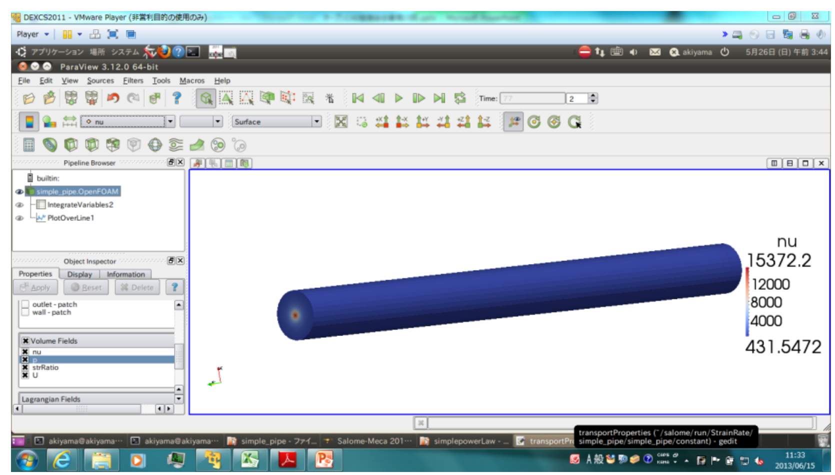


解析結果（powerLaw各分布図）









べき乗則解析解の導出

Cauchyの運動方程式より

$$\frac{dp}{dl} = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\tau)$$

$$\tau = \frac{1}{2}\frac{dp}{dl}r + \frac{C}{r}$$

$$\tau = \frac{1}{2}\frac{dp}{dl}r$$

$$\tau = \frac{1}{2}\frac{dp}{dl}r$$

$$\tau = \eta_0 \left|\frac{dv}{dr}\right|^{n-1}\left(-\frac{dv}{dr}\right)$$

より、下記の式が導かれる

管中心速度　$v_0 = \frac{n}{n+1}\left(\frac{1}{2\eta_0}\frac{P}{L}\right)^{\frac{1}{n}} R^{\frac{n+1}{n}}$

管平均速度　$\bar{v} = \frac{n+1}{3n+1}v_0$

流量　$Q = \frac{n+1}{3n+1}\pi R^2 v_0$

圧力　$P = 2\eta_0 L\left(\frac{3n+1}{\pi n}Q\right)^n R^{-(3n+1)}$

『非ニュートン流体力学』中村喜代次著より

解析結果（解析解との比較）